

Московский Государственный Университет имени М.В. Ломоносова  
физический факультет  
кафедра теоретической физики

---

Пименов А.Б.  
осенний семестр, 2008 год

Список вопросов теоретического минимума  
по теоретической механике

1. Задание положения материальной точки в декартовой, цилиндрической и сферической системах координат. Локальный базис.
2. Количество степеней свободы. Обобщенные координаты.
3. Компоненты вектора скорости материальной точки в декартовой, цилиндрической и сферической системах координат.
4. Определение функции Лагранжа для классических механических систем. Уравнение Лагранжа без учета диссипации.
5. Виды связей. Уравнения связей. Примеры. Для каких связей развит лагранжев формализм? Формулировка лагранжева формализма для систем со связями. Определение и примеры стационарных, голономных и идеальных связей.
6. Виртуальное перемещение, его отличие от реального. Примеры.
7. Обобщенная сила, ее смысл.
8. Обобщенный импульс, его смысл.
9. Учет силы трения в лагранжевом формализме. Уравнения Лагранжа с диссипацией. Вывод уравнений Лагранжа.
10. Обобщенная энергия, ее смысл.
11. Функция Лагранжа материальной точки, движущейся в заданном потенциальном поле  $U(\vec{r}, t)$ , в декартовой, сферической и цилиндрической системах координат. Обобщенные энергия и импульс. Уравнения движения.
12. Интегралы движение в лагранжевом формализме. Способы нахождения интегралов движения по виду функции Лагранжа.
13. Функция Лагранжа релятивистской частицы, находящейся в заданном потенциальном поле  $U(\vec{r}, t)$ . Обобщенные энергия и импульс. Уравнения движения.

14. Векторный и скалярный потенциалы электромагнитного поля. Калибровочная инвариантность. Функция Лагранжа классической частицы, находящейся в произвольном электромагнитном поле. Обобщенный импульс и обобщенная энергия. Уравнения движения.
15. Функция Лагранжа релятивистской частицы, находящейся в произвольном электромагнитном поле. Обобщенный импульс и обобщенная энергия. Уравнения движения.
16. Произвол в определении функции Лагранжа. Калибровочная инвариантность и неопределенность функции Лагранжа для частицы в произвольном электромагнитном поле.
17. Функция Лагранжа классической частицы, движущейся в однородных и постоянных электрическом и магнитном полях.
18. Функция Лагранжа классической частицы, находящейся в однородном и постоянном магнитном поле  $\vec{H} = H_0 \cdot \vec{e}_z$ , в декартовой, сферической и цилиндрической системах координат.
19. Функционал действия. Принцип наименьшего действия. Функциональная зависимость действия в лагранжевой формулировке. Вывод уравнений Лагранжа из принципа наименьшего действия.
20. Качественное исследование движения (одномерный случай). Классически допустимая область движения. Фinitное и инфинитное движение. Период фinitного движения.
21. Классические точки поворота. Особенность движения в окрестности точек поворота. Различные случаи соотношения  $E$  и  $U(x)$ .
22. Время задержки при прохождении пространственной области с потенциалом.
23. Положение равновесия. Условие устойчивого равновесия.
24. Центральное поле. Потенциальность центрального поля.
25. Сохранение момента импульса при движении в центральном поле. Особенность движения в центральном поле. Плоскость Лапласа.
26. Функция Лагранжа частицы в центральном поле. Интегралы движения. Закон движения в квадратурах.
27. Эффективный потенциал. Качественное исследование движения в центральном поле. Характерные виды траекторий в зависимости от соотношения  $E$  и  $U_{eff}(\rho)$ .
28. Условие замкнутости траектории частицы, движущейся в центральном поле.
29. Условие падения частицы на силовой центр в центральном поле.

30. Кеплерова задача. Функция Лагранжа. Закон движения. Уравнение траектории. Параметр и эксцентриситет орбиты. Период финитного движения. Различные виды траектории в зависимости от значения энергии частицы. Вектор Лапласа–Рунге–Ленца, как интеграл движения задачи Кеплера. Законы Кеплера.
31. Задача двух тел. Сведение задачи двух тел к задаче о движении фиктивной частицы в центральном поле. Интегралы движения. Закон движения центра масс системы и фиктивной частицы.
32. Задача рассеяния. Дифференциальное сечение рассеяния и способы его вычисления.
33. Дифференциальное сечение рассеяния частиц в кулоновском потенциале  $U = \pm \frac{\alpha}{r}$ . Формула Резерфорда.
34. Сечение захвата частицы силовым центром и способы его вычисления.
35. Свободные малые линейные колебания классических систем с несколькими степенями свободы. Положение равновесия системы. Приведение функции Лагранжа к квадратичному по малым отклонениям от положения равновесия виду.
36. Симметричные свойства матриц квадратичных форм  $t_{ij}$  и  $u_{ij}$  кинетической и потенциальной энергий в функции Лагранжа малых колебаний, приведенной к квадратичному виду.
37. Уравнения свободных малых линейных колебаний системы с несколькими степенями свободы. Их решение. Комплексные амплитуды. Учет начальных условий.
38. Характеристическое уравнение. Вещественность квадратов собственных частот. Случай нулевой и кратной частот.
39. Ортогональность комплексных амплитуд, отвечающих различным собственным частотам.
40. Вынужденные малые колебания систем с несколькими степенями свободы. Учет вынуждающей силы на уровне функции Лагранжа. Уравнения вынужденных малых колебаний. Их решение. Учет начальных условий.
41. Нормальные колебания. Нормальные координаты. Приведение функции Лагранжа к нормальному виду. Алгоритм нахождения нормальных координат.
42. Функция Гамильтона. Канонические переменные. Преобразование Лежандра. Обратное преобразование Лежандра.
43. Уравнения Гамильтона без учета диссипации.

44. Функционал действия в гамильтоновом формализме. Принцип наименьшего действия. Функциональная зависимость действия в гамильтоновой формулировке. Вывод уравнений Гамильтона из принципа наименьшего действия.
45. Условие эквивалентности лагранжева и гамильтонова формализмов. Вывод уравнений Гамильтона из уравнений Лагранжа. Вывод уравнений Лагранжа из уравнений Гамильтона.
46. Функции Гамильтона классической и релятивистской частиц в потенциальном поле  $U(\vec{r}, t)$  (декартова, сферическая, цилиндрическая системы координат).
47. Функции Гамильтона классической и релятивистской частиц в произвольном электромагнитном поле.
48. Функции Гамильтона классической и релятивистской частиц в постоянных однородных электрическом  $\vec{E} = \vec{E}_0$  и магнитном  $\vec{H} = H_0 \cdot \vec{e}_z$  полях.
49. Функции Лагранжа и Гамильтона гармонического осциллятора (одномерного, трехмерного; изотропного, анизотропного).
50. Учет диссипации в гамильтоновом формализме. Уравнения Гамильтона с диссипацией. Вывод уравнений Гамильтона с диссипацией.
51. Скобки Пуассона. Полная производная по времени от произвольной динамической функции. Свойства скобок Пуассона. Алгебра скобок Пуассона. Тождество Якоби.
52. Фундаментальные скобки Пуассона.
53. Интегралы движения в гамильтоновом формализме. Достаточное условие того, чтобы динамическая функция была интегралом движения.
54. Способы нахождения интегралов движения по виду функции Гамильтона. Теорема Пуассона.
55. Ковариантность уравнений Лагранжа.
56. Канонические преобразования. Смысл канонических преобразований. Необходимое и достаточное условие каноничности преобразования общего вида  $\mathcal{P}_i = \mathcal{P}_i(q, p, t)$ ,  $\mathcal{Q}_i = \mathcal{Q}_i(q, p, t)$ . Формулы канонического преобразования.
57. Производящая функция канонического преобразования. Различные классы производящих функций и условия их существования.
58. Валентность канонического преобразования. Критерий каноничности преобразования.
59. Калибровочное преобразование как каноническое унивалентное преобразование. Его производящая функция.

60. Уравнение Гамильтона-Якоби. Полный интеграл уравнения Гамильтона-Якоби. Метод разделения переменных для нахождения полного интеграла уравнения Гамильтона-Якоби. Общий вид функции Гамильтона для системы с разделяющимися переменными. Общий вид полного интеграла уравнения Гамильтона-Якоби для консервативной системы с разделяющимися переменными.
61. Метод Гамильтона-Якоби для нахождения закона движения системы. Теорема Якоби. Алгоритм нахождения закона движения в квадратурах методом Гамильтона-Якоби. Учет начальных условий в методе Гамильтона-Якоби.
62. Переменные действие-угол. Производящая функция канонического унивалантного преобразования  $(q_i, p_i) \rightarrow (\mathcal{I}_i, w_i)$  к переменным действие-угол. Нахождение частот колебаний системы с помощью переменных действия.
63. Эволюция систем с медленно меняющимися параметрами. Адиабатические инварианты и их физический смысл.
64. Количество степеней свободы твердого тела. Способы задания положения твердого тела. Углы Эйлера. Кинематические уравнения Эйлера. Принцип суперпозиции движений. Скорость движения твердого тела. Угловая скорость вращения твердого тела, как абсолютная характеристика движения твердого тела.
65. Функция Лагранжа твердого тела. Тензор инерции и его свойства. Главные моменты инерции и главные оси инерции.