Блок 1. Основные понятия квантовой механики.

1. Оператор z – проекции момента количества движения есть: $-i\hbar\frac{\partial}{\partial\varphi}$
2. Оператор импульса в квантовой механике есть: $-i\hbar\frac{\partial}{\partial x}$

3. Квадрат орбитального момента импульса частицы может быть равен (ℓ - квантовое число орбитального момента импульса):

$$L^2 = \hbar^2\ell(\ell+1),\ \ell = 0,1,2,3,\ldots \qquad \psi(x) = \exp(ikx)$$

4. Собственные функции x-проекции оператора импульса есть
5. Собственные функции оператора кинетической энергии (одномерный случай) есть $\psi(x) = \exp(\pm ikx)$
6. Собственные функции оператора z - проекции момента количества движения есть $\psi(\varphi) = \exp(im\varphi)$, $m = 0,\pm1,\pm2,\ldots$
7. Одномерное стационарное уравнение Шрёдингера для частицы с массой m в потенциале $U(x)$ есть:

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2\psi(x)}{\partial x^2} + U(x)\psi(x) = E\psi(x)$$

8. Одномерное нестационарное уравнение Шредингера, описывающее движение частицы массой m в произвольном потенциальном поле $V(x,t)$ записывается в виде

$$i\hbar\frac{\partial\psi}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2\psi(x,t)}{\partial x^2} + V(x,t)\psi(x,t)$$

9. Вектор плотности потока вероятности в квантовой механике для частицы с массой m есть ($i = \sqrt{-1}$):

$$j = \frac{\hbar}{2mi}(\psi^*\nabla\psi - \psi\nabla\psi^*)$$

10. Плотность потока вероятности в случае одномерного свободного движения частицы в положительном направлении оси x ($\psi(x) = a\cdot\exp(ikx)$, a – амплитуда плоской волны, $v = \hbar k/m$ – скорость частицы) есть: $j = |a|^2 v$

Блок 2. Стационарное уравнение Шредингера. Прямоугольная потенц яма.

1. В одномерной бесконечно глубокой прямоугольной потенциальной яме энергии стационарных состояний частицы с массой m равны (a – размер ямы, $n = 1, 2, 3, \ldots$) $\boxed{\dfrac{\pi^2\hbar^2}{2ma^2}n^2}$

2. Частица находится в одномерной прямоугольной потенциальной яме шириной a и глубиной V_0. Как изменится энергия основного состояния (в единицах E/V_0), отсчитываемая от дна потенциальной ямы, если ее глубина уменьшилась в четыре раза, а ширина удвоились? **alexandrows.narod.ru** $\boxed{\text{не изменится}}$

3. Частица находится в одномерной прямоугольной потенциальной яме бесконечной $V(x) = \begin{cases} \infty, |x| \geq a/2, \\ 0, |x| < a/2. \end{cases}$ в первом возбужденном состоянии. В каких пространственных точках плотность вероятности обнаружить частицу достигает максимального значения? $\boxed{\pm a/4}$

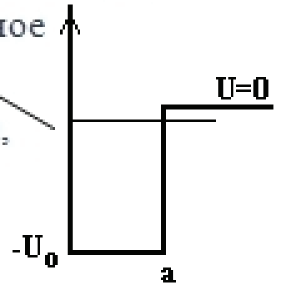
4. Частица находится в одномерной прямоугольной потенциальной яме бесконечной $V(x) = \begin{cases} \infty, |x| \geq a/2, \\ 0, |x| < a/2. \end{cases}$ в нижнем возбужденном состоянии с положительной четностью. В каких пространственных точках плотность вероятности обнаружить частицу достигает минимального значения? $\boxed{\pm a/6, \pm a/2}$

5. Электрон находится в одномерной бесконечно глубокой прямоугольной потенциальной яме $V(x) = \begin{cases} \infty, |x| \geq a/2, \\ 0, |x| < a/2. \end{cases}$ Найти значение вероятности обнаружить частицу в интервале $(-a/4, a/2)$ в случае, если частица находится на уровне $n = 2$. $\boxed{3/4}$

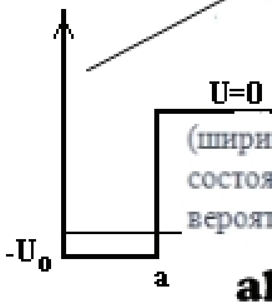
6. Частица находится в одномерной симметричной глубокой прямоугольной потенциальной яме, содержащей более N=100 уровней: $V(x) = \begin{cases} V_0, |x| \geq a/2, \\ 0, |x| < a/2. \end{cases}$ Оценить значение вероятности обнаружить частицу в интервале $(-a/8, a/4)$ в случае, если частица находится на уровне $n = 4$.

alexandrows.narod.ru $\boxed{3/8}$

7. Частица в одномерной яме конечной глубины с бесконечно высокой стенкой занимает единственный слабосвязанный уровень (см. рис.) с известной энергией связи $E_{св} << U_0$. Определите (приближенно) наиболее вероятное значение координаты $x_{н.в.}$ в этом состоянии. $\boxed{\approx a}$

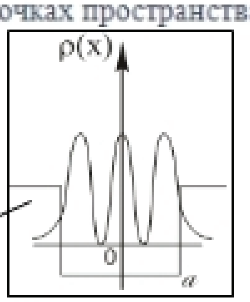


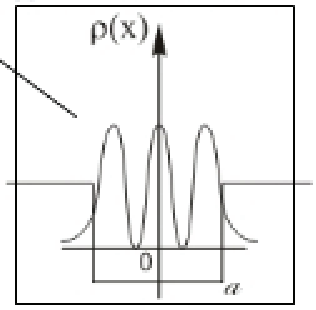
8. Частица массой m в одномерной яме с бесконечно высокой стенкой, содержащей $N = 100$ уровней, занимает низший уровень энергии Оцените энергию связи системы. $\boxed{U_0 - \dfrac{\pi^2\hbar^2}{2ma^2}}$



9. Частица находится в одномерной прямоугольной потенциальной яме конечной глубины (ширина ямы a, начало координат в середине ямы), содержащей $N = 5$ в нижнем возбужденном состоянии с положительной четностью. Нарисовать пространственное распределение плотности вероятности обнаружить частицу в различных точках пространства.

alexandrows.narod.ru





10. Частица находится в одномерной прямоугольной потенциальной яме конечной глубины (ширина ямы a, начало координат в середине ямы), содержащей N=3 уровня, в связанном состоянии с максимальным значением энергии. Нарисовать пространственное распределение плотности вероятности обнаружить частицу в различных точках пространства.

Блок 3. Туннельный эффект

1. Вероятность P проникнуть сквозь высокий и широкий ($P << 1$) потенциальный барьер U(x) (U(x) $\to 0$ при x $\to \pm\infty$, E – кинетическая энергия, x_1, x_2 – классические точки поворота, где $U(x_{1,2}) = E$) равна:

$$\boxed{\exp\left[-\frac{2}{\hbar}\int_{x_1}^{x_2}\sqrt{2m(U(x)-E)}\,dx\right]}$$

2. Вероятность туннелирования частиц с энергией E через прямоугольный потенциальный барьер шириной a и высотой V_0 ($E < V_0$) равна $T_0 \approx 10^{-4}$. Как изменится значение вероятности, если величина ($V_0 - E$) уменьшится в четыре раза, а ширина барьера увеличится в два раза? $\boxed{\text{не изменится.}}$

3. Вероятность туннелирования частиц с энергией E через прямоугольный потенциальный барьер шириной a и высотой V_0 ($E < V_0$) равна $T_0 \approx 10^{-4}$. Как изменится значение вероятности если величина ($V_0 - E$) увеличится в четыре раза, а ширина барьера уменьшится в четыре раза? $\boxed{\text{возрастет примерно в 100 раз}}$

4. Прозрачность потенциального барьера треугольной формы (см. рис.1) для некоторого значения энергии налетающих частиц равна T ($T << 1$). Чему примерно равна прозрачность потенциального барьера, изображенного на рис.2? $\boxed{T^2}$

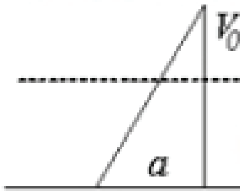


рис.1

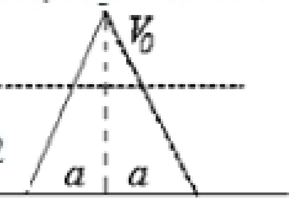
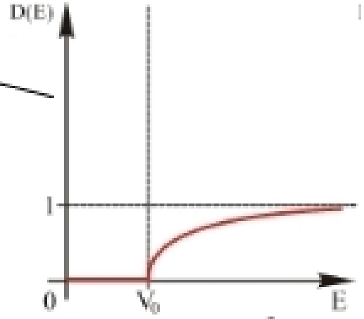
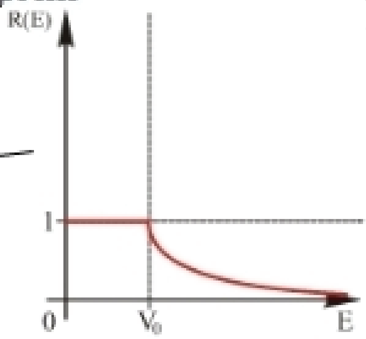


рис.2

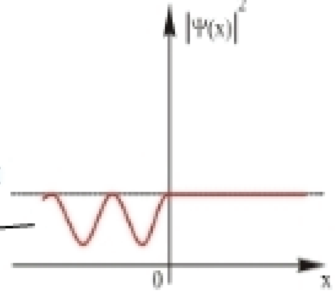
5. Поток частиц с энергией E налетает на потенциальную ступеньку высотой V_0. Определите график зависимости коэффициента прохождения от энергии налетающих частиц.



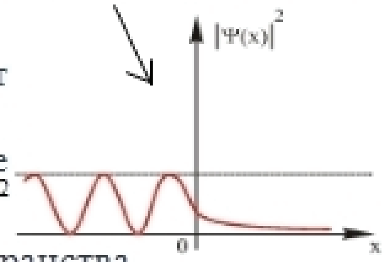
6. Поток частиц с энергией E налетает на пот ступеньку высотой V_0. Определите график зависимости коэффициента отражения от энергии налетающих частиц.



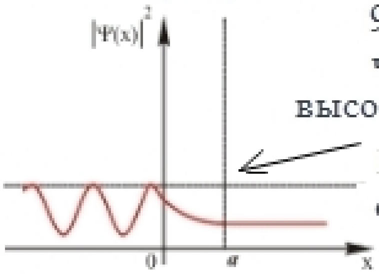
7. Поток частиц с энергией E налетает слева на потенциальную ступеньку высотой V_0 ($E > V_0$). Определите распределение плотности вероятности $|\psi(x)|^2$ обнаружить частицы в различных точках простр..



8. Поток частиц с энергией E налетает слева на потенциальную ступеньку высотой V_0 ($E < V_0$). Определите распределение плотности вероятности $|\psi(x)|^2$ обнаружить частицы в различных точках пространства.



9. Поток частиц с энергией E туннелирует через прямоугольный потенциальный барьер высотой V_0 и шириной a ($E < V_0$). Определите распределение плотности вероятности $|\psi(x)|^2$ обнаружить частицы в различных точках пространства.



10. Плотность тока холодной (автоэлектронной) эмиссии с проводника, к поверхности которого приложено постоянное электрическое поле с напряженностью ε, определяется выражением (ε_0 - некоторая константа) $\boxed{j \sim \exp(-\varepsilon_0/\varepsilon)}$

Блок 4. Потенциал с центральной симметрией. Атом водорода. **alexandrows.**

1. Энергия электрона в водородоподобном ионе с зарядом Z равна ($n = 1, 2, 3, \ldots$ - целое число) $\boxed{-\frac{Z^2 Ry}{n^2}}$

2. Боровский радиус a_0 равен : $\boxed{\frac{\hbar^2}{me^2}}$

3. Серия Бальмера атома водорода излуч (погл) при переходах: $\boxed{2 \leftrightarrow n \ (n > 2)}$

4. Серия Лаймана атома водорода излуч (погл) при переходах: $\boxed{1 \leftrightarrow n \ (n > 1)}$

5. Энергии стационарных состояний бесспиновой частицы в произвольном центрально симметричном потенциале зависят от: $\boxed{\text{двух квантовых чисел ;}}$

6. В какой паре состояний энергии электрона в атоме водорода одинаковы (уровни вырождены); релятивистские эффекты не учитывать : $\boxed{\text{2s и 2p}}$

7. Тонкое расщепление уровня $n\ell$ атома водорода равно : $\boxed{Ry\frac{\alpha^2 Z^4}{n^3}\frac{1}{\ell(\ell+1)}}$

8. Уровни атома водорода с заданным главным квантовым числом (с учетом релятивистских эффектов) вырождены по квантовому числу : $\boxed{j}$

$\boxed{8}$

9. Кратность вырождения состояний электрона в кулоновском поле точечного заряда с главным квантовым числом $n = 2$ (без учета тонкой структуры с учетом спина) равна

10. Число компонент сверхтонкой структуры атомов водорода и дейтерия в основном состоянии (спины ядер $I_H = 1/2$, $I_D = 1$) равно $\boxed{2; 2;}$

Блок 5. Гармонический осциллятор.

1. Энергии стационарных состояний одномерного линейного квантового гармонического осциллятора с частотой ω ($n = 0, 1, 2, 3, \ldots$) равны: $(n+\frac{1}{2})\hbar\omega$

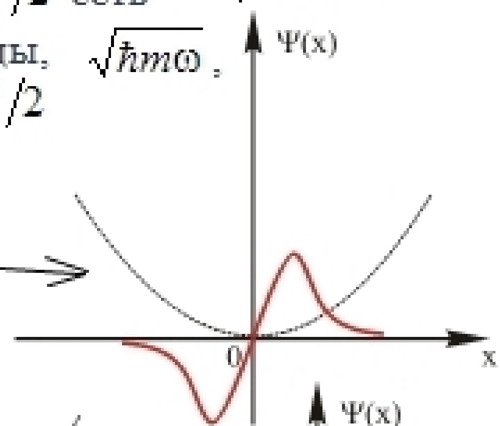
2. Энергии стационарных состояний трехмерного изотропного квантового гармонического осциллятора с частотой ω ($n = 0, 1, 2, 3, \ldots$) равны: $(n+\frac{3}{2})\hbar\omega$

3. Энергии стационарных состояний двумерного квантового гармонического осциллятора $V(x,y) = m\omega^2(x^2+y^2)/2$ равны ($n = 0, 1, 2, 3, \ldots$): $(n+1)\hbar\omega$.

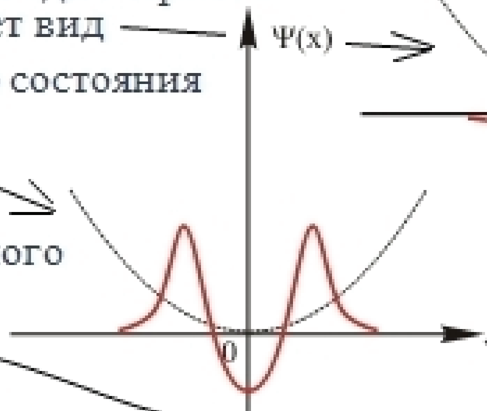
4. Характерный размер пространственной области локализации частицы, находящейся в основном состоянии в потенциале $V(x) = m\omega^2 x^2/2$ есть $\sqrt{\hbar/m\omega}$.

5. Характерный интервал возможных значений импульса частицы, находящейся в основном состоянии в потенциале $V(x) = m\omega^2 x^2/2$ есть (α - постоянная тонкой структуры) $\sqrt{\hbar m\omega}$.

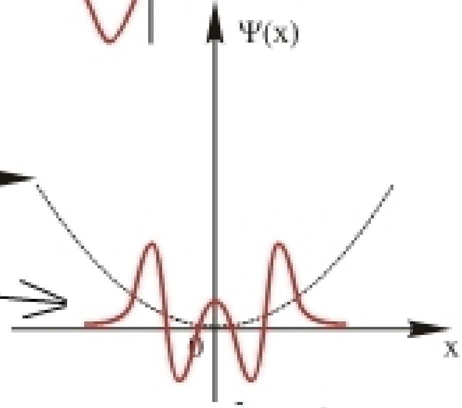
6. Волновая функция нижнего возбужденного одномерного состояния гармонического осциллятора имеет вид



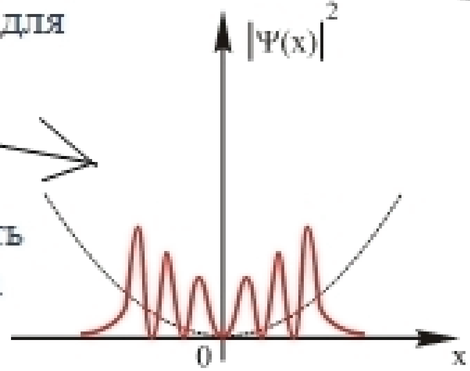
7. Волновая функция нижнего возбужденного состояния одномерного гармонического осциллятора с положительной четностью имеет вид



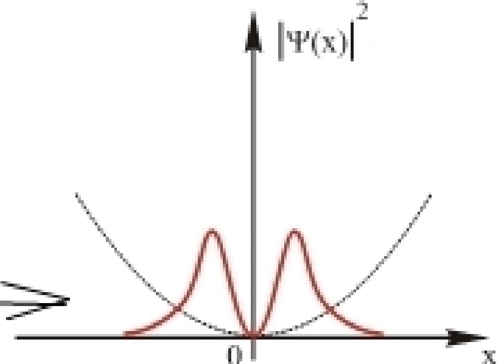
8. Волновая функция для состояния одномерного гармонического осциллятора с $n = 4$ имеет вид ($n = 0, 1, 2, 3, \ldots$):



9. Плотность вероятности $|\psi(x)|^2$ обнаружить частицу в различных точках пространства для состояния одномерного гармонического осциллятора с $n = 5$ имеет вид ($n = 0, 1, 2, 3, \ldots$):



10. Плотность вероятности $|\psi(x)|^2$ обнаружить частицу в различных точках пространства для нижнего возбужденного нечетного состояния одномерного гармонического осциллятора имеет вид:



лок 6. Момент количества движения. **alexandrows.narod.ru**

1. Волновая функция состояния некоторой квантовой системы, как функция азимутально угла, имеет вид (B - нормировочная константа) $\psi(\varphi) = B\cos 2\varphi$. Какие значения z–проекц момента количества движения L_z могут быть измерены в этом состоянии? $\boxed{\pm 2\hbar}$

2. $\psi(\varphi) = B\sin 3\varphi$. $\boxed{\pm 3\hbar}$

3. $\psi(\varphi) = B(1+\cos\varphi)$. $\boxed{0, \pm\hbar}$

4. $\psi(\varphi) = B(1+\sin 2\varphi)$. $\boxed{0, \pm 2\hbar}$

5. $\psi(\varphi) = B\cos^2\varphi$. $\boxed{0, \pm 2\hbar}$

6. При измерении L_z в некотором состоянии получили среднее значение $\langle L_z\rangle = 3\hbar/7$. Какая из функций описывает такое состояние системы?

$$\boxed{\psi(\varphi) = \sqrt{4/7}\,\frac{1}{\sqrt{2\pi}} + \sqrt{3/7}\,\frac{\exp(i\varphi)}{\sqrt{2\pi}}}$$

7. $\langle L_z\rangle = \hbar/2$.

$$\boxed{\psi(\varphi) = \sqrt{3/4}\,\frac{1}{\sqrt{2\pi}} + \sqrt{1/4}\,\frac{\exp(2i\varphi)}{\sqrt{2\pi}}}$$

8. $\langle L_z\rangle = -\hbar/2$.

$$\boxed{\psi(\varphi) = \sqrt{1/2}\,\frac{\exp(i\varphi)}{\sqrt{2\pi}} + \sqrt{1/2}\,\frac{\exp(-2i\varphi)}{\sqrt{2\pi}}}$$

9. $\langle L_z\rangle = -4\hbar/5$.

$$\boxed{\psi(\varphi) = \sqrt{1/5}\,\frac{1}{\sqrt{2\pi}} - \sqrt{4/5}\,\frac{\exp(-i\varphi)}{\sqrt{2\pi}}}.$$

10. $\langle L_z\rangle = 2\hbar$

$$\boxed{\psi(\varphi) = \sqrt{1/3}\,\frac{1}{\sqrt{2\pi}} - \sqrt{2/3}\,\frac{\exp(3i\varphi)}{\sqrt{2\pi}}}.$$

alexandrows.

Блок 7. Нестационарное уравнение Шредингера. **alexandrows.narod.ru**

1. Здесь $\varphi_0(x)$ и $\varphi_1(x)$ - волновые функции двух нижних стационарных состояний. Определить среднее значение координаты частицы, $\boxed{x(t) = A\cos\omega t}$,

2 Определить дисперсию координаты частицы, $\boxed{D_x = B + A\cos^2\omega t}$

3. Здесь $\varphi_0(x)$ и $\varphi_2(x)$ - волновые функции основного и второго возбужденного стационарных состояний. среднее значение координаты $\boxed{x(t) = 0}$ 4. дисперсию координаты $\boxed{D_x = B + A\cos 2\omega t}$,

5. В бесконечно глубокой прямоугольной одномерной яме шириной a $\psi(x, t=0) = (\phi_1(x) + \phi_3(x))/\sqrt{2}$. Как изменяется среднее значение координаты $\boxed{x(t) = 0}$

6. Как изменяется во времени дисперсия координаты $\boxed{D_x = B + A\cos\frac{E_3 - E_1}{\hbar}t}$

7. среднее значение координаты частицы $<x(t)>$ осциллирует с частотой $\omega = 3E_1/\hbar$ (E_1 – энергия низшего уровня) дисперсия координаты $D_x(t)$? $\boxed{D_x = A + B\cos^2\omega t}$, **alexandrows.narod.ru**

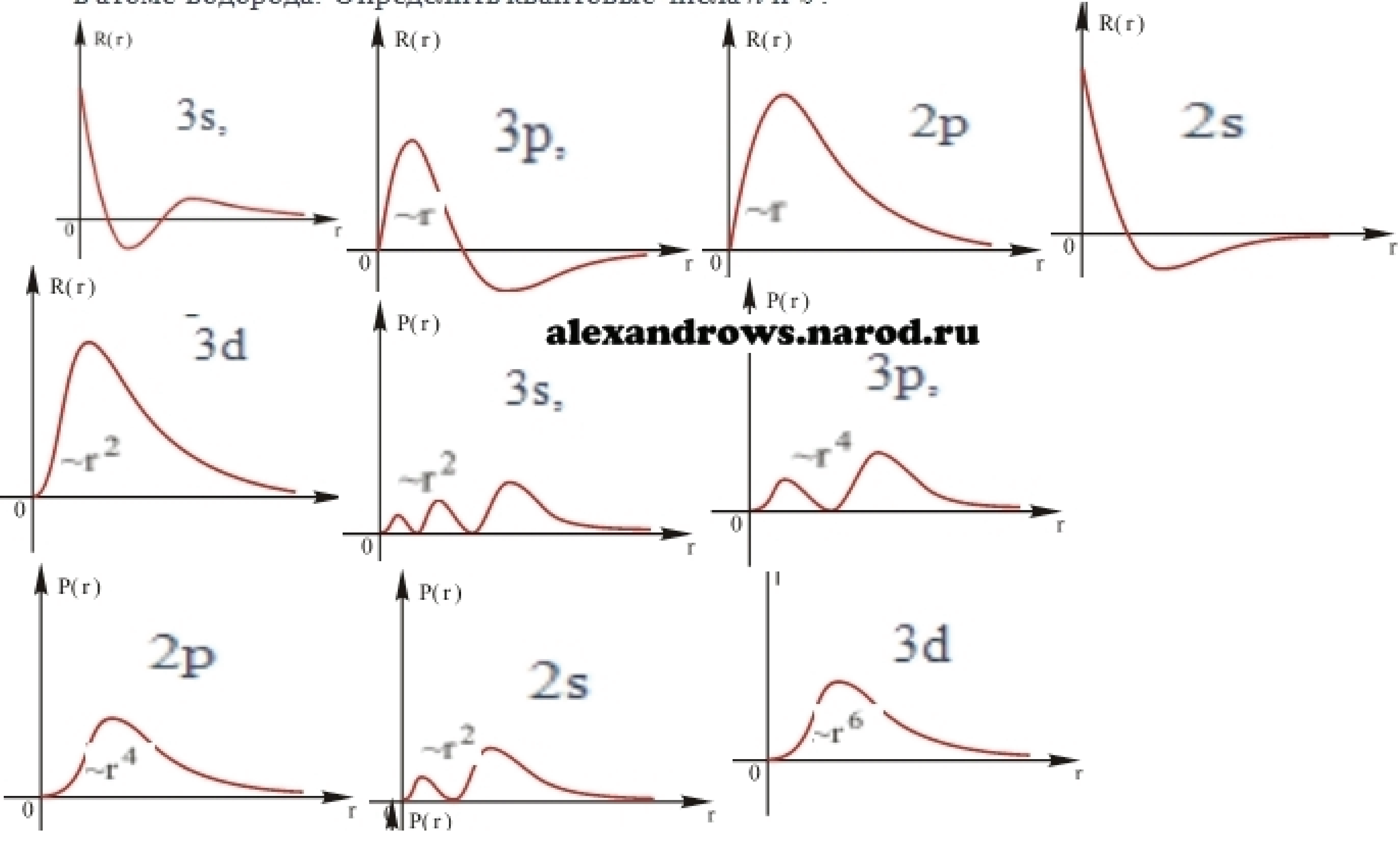
8. (U(-x) = U(x)) потенциальная яма содержит всего три уровня. $<x(t)> = 0$. частотой может осциллировать величина $\langle x^2(t)\rangle$? $\boxed{\omega = (E_3 - E_1)/\hbar}$,

9. все возможные частоты, осциллировать среднее значение координаты частицы $<x(t)>$? $\boxed{\omega_1 = (E_2 - E_1)/\hbar,\ \ \omega_2 = (E_3 - E_2)/\hbar}$,

10. $<x(t)> = 0$. Дисперсия координаты осциллирует $D_x = c_1 + c_2\cos(\omega t)$; $\boxed{\omega_{31} = (E_3 - E_1)/\hbar}$,

Радиальные волновые функции задачи Кеплера.

На рис. представлена радиальная волновая функция некоторого стационарного состояния элект в атоме водорода. Определить квантовые числа n и ℓ.



Блок 9. Стационарные и нестационарные состояния в задаче Кеплера.

1.. Какую минимальную энергию может иметь электрон в ионе He^+, имеющий орбитальное квантовое число $\ell = 3$? $\boxed{-Ry/4}$

2.. Каким может быть наибольшее значение орбитального квантового числа ℓ электрона в ионе He^+ в стационарном состоянии с энергией связи $Ry/16$? $\boxed{7}$

3. He^+ равна $E = -Ry$ возможные значения орбитального квантового числа ℓ? $\boxed{0, 1}$

4. Какую минимальную энергию может иметь в атоме водорода d – электрон? $\boxed{-Ry/9}$

5. В сферической системе координат $\psi(r,\theta,\varphi) = 1/\sqrt{2}\left(\psi_{2,1,1} + \psi_{2,1,-1}\right)$. $\boxed{E = -Ry/4,\ L_z = \pm\hbar}$

6. $\psi(r,\theta,\varphi) = \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\psi_{1,0,0} + \sqrt{\frac{2}{3}}\psi_{3,1,0}\right)$ $\boxed{E = -Ry, -Ry/9\ \ L_z = 0}$

7. $\psi(r,\theta,\varphi) = 1/\sqrt{3}\left(\psi_{2,1,0} + \psi_{2,1,1} + \psi_{2,1,-1}\right)$ $\boxed{E = -Ry/4,\ L_z = 0, \pm\hbar}$

8. $\psi(r,\theta,\varphi) = \left(\frac{1}{\sqrt{6}}\psi_{2,1,1} + \frac{1}{\sqrt{6}}\psi_{2,1,-1} + \sqrt{\frac{2}{3}}\psi_{2,0,0}\right)$ $\boxed{E = -Ry/4,\ L_z = 0, \pm\hbar}$

9. Написать волновую функцию среднее значение энергии $-Ry/2$. $\boxed{\psi(\vec{r}) = \frac{1}{\sqrt{3}}\psi_{1s} - \sqrt{2/3}\psi_{2s}}$

10. $-Ry/3$. $\boxed{\psi(\vec{r}) = \frac{1}{3}\psi_{1s} - \frac{2\sqrt{2}}{3}\psi_{2p}}$

Определить кратность вырождения **Блок 10. Вырождение**

1. стационарных состояний свободной бесспиновой частицы (одномерный случай) с энергией $E \neq 0$ равна $\boxed{2}$

2. нижнего возбужденного стационарного состояния в двумер изотропном гармосцилляторе $V = m\omega^2(x^2 + y^2)/2$ $\boxed{2.}$

3. нижнего возбужденного в трехме $V = m\omega^2(x^2 + y^2 + z^2)/2$ $\boxed{3.}$

4. основного в двумерном $V = m\omega^2(x^2 + y^2)/2$ $\boxed{\text{невырождено}}$

5. основного в трехмерном $\boxed{\text{невырождено}}$

6. Бесспиновая частица центрально-симметричном потенц $V(r) = V_0 \exp(-\alpha r)/r$ в p-состоянии $\boxed{3.}$

7. $V(r) = V_0/\sqrt{r^2 + \alpha^2}$ в d-состоянии. $\boxed{5.}$

8. Электрон $V(r) = kr^2/2$ ($k > 0$) основном состоянии. $\boxed{2.}$

9 Электрон $V(r) = V_0 \exp(-\alpha r)/r$ в p-состоянии. $\boxed{6.}$

10. Электрон $V(r) = V_0/\sqrt{r^2 + \alpha^2}$ в d-состоянии $\boxed{10.}$